

دفترچه شماره ۱



کد مدرسه

آزمون

۱۱



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

پایه

۱۲

تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۲/۲۸

آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی

مدت پاسخ‌گویی: ۷۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۰

عنوان مواد امتحانی آزمون اختصاصی گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی، تعداد، شماره سؤالات و مدت پاسخ‌گویی

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخ‌گویی
۱	حسابان	۱۸	۱	۱۸	۳۰ دقیقه
۲	هندسه	۱۲	۱۹	۳۰	۲۱ دقیقه
۳	گسسته	۱۰	۳۱	۴۰	۱۹ دقیقه

مواد امتحانی	سرفصل دهم	سرفصل یازدهم	سرفصل دوازدهم
حسابان	فصل‌های ۱ و ۳	فصل‌های ۱ و ۳	فصل‌های ۴ و ۵
هندسه	—	کل کتاب	فصل‌های ۲ و ۳
گسسته	فصل‌های ۶ و ۷	فصل ۲ تا ۴	فصل ۳

تمامی حقوق مادی و معنوی آزمون، متعلق به مرکز سنجش آموزش مدارس برتر بوده و هرگونه استفاده از آن بدون داشتن اجازه‌نامه کتبی از این مرکز، خلاف قانون و عرف و قابل پیگیری می‌باشد.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۴



www.SanjeshCloud.ir
T.me/SanjeshClouds

ریاضیات

۱- در دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، اگر $a_6 = 2a_3 + 5$ و $a_7 = 2a_3 - 3$ باشد، مجموع ده جمله اول آن کدام است؟

- (۱) ۱۷۰ (۲) ۱۴۶ (۳) ۱۶۰ (۴) ۱۵۶

۲- در یک دنباله هندسی صعودی، مجموع سه جمله اول برابر $\frac{10}{5}$ و حاصل ضرب آنها برابر ۲۷ است. در این دنباله، مجموع چهار جمله اول چند برابر مجموع دو جمله اول است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) $\frac{9}{2}$

۳- اگر $1 = a(3-a)$ باشد، حاصل $P = (a-1)(a^2-4)(a-5)$ کدام است؟

- (۱) -۹ (۲) -۱۰ (۳) -۱۲ (۴) -۱۱

۴- ساده شده عبارت $P = \frac{3\sqrt{3}+1}{4-\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}-1$ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) $\sqrt{3}+1$

۵- اگر $\frac{1}{a} = \log_3 12^b$ و $ab = 1 - 2a$ باشد، مقدار b کدام است؟

- (۱) $\log_3 4$ (۲) $\log_3 2$ (۳) $\log_2 3$ (۴) $\log_4 3$

۶- اگر α و β جوابهای معادله $\log_2(x+2) = 2 - \log_2(3-x)$ باشد، حاصل $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) -۱ (۴) ۲

۷- اگر $\log_{\sqrt{3}} x + \log_x 4 = 4$ باشد، حاصل $\log_4(3x+2)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{5}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

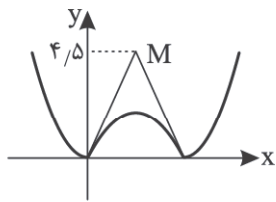
۸- $\log_6(\alpha+\beta) = 1 + \log_2 \alpha = 2 + \log_3 \beta$ جمع ریشههای $\alpha\beta x^2 - (\alpha+\beta)x + 1 = 0$ چه عددی است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳) ۱۸ (۴) ۳۶

محل انجام محاسبات



۹- مطابق شکل زیر، اگر خطوط نیم‌مماس رسم شده بر منحنی تابع $f(x) = |x^2 - ax|$ یکدیگر را در نقطه‌ای به عرض $4/5$ قطع کنند،



مقدار a کدام است؟

(۱) ۳

(۲) ۴

(۳) ۶

(۴) ۸

۱۰- اگر $f(x) = \frac{\lambda \cot x + \tan^2 x}{4 \cot x - \tan x}$ و $g(x) = \frac{1}{2 - \tan x}$ مقدار $f'(\frac{5\pi}{3}) - 4g'(\frac{5\pi}{3})$ چه عددی است؟

(۴) $\frac{4}{3}$

(۳) -۴

(۲) $\frac{\lambda}{3}$

(۱) $-\frac{4}{3}$

۱۱- اگر $f(x) = 2 \sin^2 \frac{\pi}{2\sqrt{x}}$ مقدار $f'(4)$ چه عددی است؟

(۴) $-\frac{\pi}{16}$

(۳) $-\frac{\pi}{8}$

(۲) $\frac{\pi}{16}$

(۱) $\frac{\pi}{8}$

۱۲- آهنگ تغییر لحظه‌ای $f(x) = \sqrt{x}(2-x)^2$ در کدام بازه منفی است؟

(۲) $(2, \frac{5}{2})$

(۱) $(0, 2)$

(۴) $(0, \frac{5}{2})$

(۳) $(\frac{2}{5}, 2)$

۱۳- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + (1-a^2)x$ در آن بازه نزولی اکید است برابر ۶ است. مقدار مثبت a کدام است؟

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) $\frac{3}{2}$

۱۴- خط $y = 3x + 2$ نمودار $y = x^3 + m$ را در ۳ نقطه متمایز قطع می‌کند. بزرگ‌ترین محدوده m کدام است؟

(۲) $(-2, 0)$

(۱) $(-2, 2)$

(۴) $(0, 4)$

(۳) $(-4, 0)$

۱۵- اگر طول نقطه عطف تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}(3x+a)$ برابر ۲ باشد، طول اکستریم نسبی آن چه عددی است؟

(۴) -۳

(۳) -۲

(۲) -۱

(۱) -۴

محل انجام محاسبات



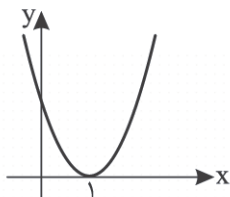
۱۶- اگر کمترین مقدار تابع $f(x) = 2\sqrt{x} + \sqrt{a-4x}$ برابر یک باشد، بیشترین مقدار تابع چه عددی است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $2\sqrt{2}$ (۴) ۴

۱۷- اگر طول نقطه عطف تابع $f(x) = (x-1)(x-2a)(x+a)$ برابر ۱- باشد، طول ماکزیمم نسبی تابع چه عددی است؟

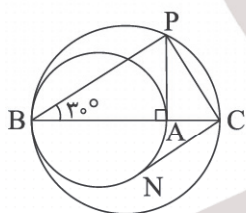
- (۱) $\sqrt{13} + 1$ (۲) $\sqrt{13} - 1$
 (۳) $-\sqrt{13} + 1$ (۴) $-\sqrt{13} - 1$

۱۸- نمودار $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + ax^3 + bx + c$ شکل زیر است. مقدار c کدام است؟



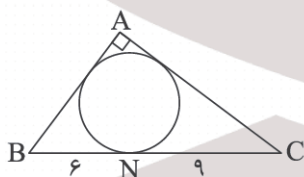
- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$
 (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۱۹- در شکل زیر دایره به قطر BC و دایره به قطر AB در نقطه B بر هم مماس اند. اگر $\hat{B} = 30^\circ$ و $BP = 6\sqrt{3}$ باشد، حاصل $CP + CN$ کدام است؟



- (۱) ۱۵ (۲) ۱۸
 (۳) ۱۲ (۴) ۶

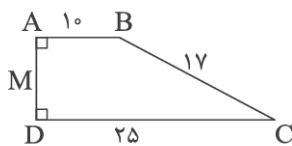
۲۰- اگر $BN = 6$ و $CN = 9$ باشد، مساحت دایره محاطی داخلی مثلث قائم الزاویه شکل زیر برابر کدام است؟



- (۱) 9π (۲) 3π
 (۳) 4π (۴) 16π

محل انجام محاسبات

۲۱- در دوزنقه قائم‌الزاویه ABCD نقطه M روی ساق AD چنان قرار دارد که مجموع MB + MC کمترین مقدار خود را دارد. فاصله M



تا نزدیک‌ترین رأس قائم چقدر است؟

(۱) $\frac{16}{7}$ (۲) $\frac{12}{5}$

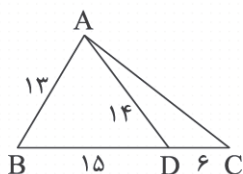
(۳) $\frac{17}{5}$ (۴) $\frac{12}{7}$

۲۲- در یک مثلث متساوی‌الساقین، طول هر ساق برابر $4\sqrt{3}$ و طول میانه نظیر قاعده برابر $4\sqrt{2}$ است. طول میانه وارد بر هر ساق در این

مثلث کدام است؟

(۱) $2\sqrt{10}$ (۲) $2\sqrt{11}$ (۳) ۶ (۴) $3\sqrt{5}$

۲۳- در شکل زیر فاصله نقطه C از ضلع AD برابر کدام است؟



(۱) $\frac{4}{5}$

(۲) $\frac{4}{6}$

(۳) $\frac{4}{8}$

(۴) $\frac{4}{9}$

۲۴- دایره C که مرکز آن روی نیمساز ناحیه‌های دوم و چهارم قرار دارد، در نقطه $A(1, 3)$ بر دایره C به معادله $x^2 + y^2 + 4x - 14 = 0$ مماس است. شعاع دایره C کدام است؟

(۱) $2\sqrt{2}$ (۲) ۲ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) ۴

۲۵- دو دایره $x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0$ و $x^2 + y^2 = 4$ در نقاط A و B متقاطع‌اند. طول پاره خط AB چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

(۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{1}{6}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۲۶- در یک بیضی به طول قطرهای بزرگ و کوچک $2a$ و $2b$ ، فاصله کانونی $2c$ و $a + c = 3b$ ، دایره‌ای به مرکز بیضی و قطر FF' رسم می‌کنیم. کدام گزینه در مورد این دایره صحیح است؟ (F و F' کانون‌های بیضی هستند).

(۱) در دو نقطه بر بیضی مماس است. (۲) دایره درون بیضی است.

(۳) دایره و بیضی در ۴ نقطه متقاطع‌اند. (۴) (طول قطر بزرگ بیضی) $\frac{1}{4}$ = شعاع دایره

۲۷- اگر $F(-2, 3)$ کانون یک سهمی باشد که محور تقارن آن موازی محور y ها است و این سهمی از نقطه $B(10, 12)$ عبور کند، آنگاه

معادله خط هادی سهمی کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $y = -5$ (۲) $y = -3$ (۳) $y = -1$ (۴) $y = 1$

محل انجام محاسبات

۲۸- در مورد دو خط $D: \begin{cases} x = -1 \\ y = 1 \end{cases}$ و $D': \begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) دو خط موازیند و به فاصله ۳ از یکدیگر قرار دارند. (۲) دو خط متنافرند و به فاصله ۴ از یکدیگر قرار دارند.
 (۳) دو خط موازیند و به فاصله ۵ از یکدیگر قرار دارند. (۴) دو خط متنافرند و به فاصله ۲ از یکدیگر قرار دارند.

۲۹- اگر $\vec{a} \times \vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ و $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ آنگاه حاصل $\vec{a} \cdot (\vec{c} \times \vec{b})$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۳ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

۳۰- اگر $|\vec{a}| = 3$ ، $|\vec{b}| = 4$ ، $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = -4$ باشد، مساحت مثلث ساخته شده روی بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $6\sqrt{3}$

۳۱- تاسی را سه مرتبه پرتاب می‌کنیم. مشاهده می‌کنیم که اعداد سه پرتاب متمایز است. با کدام احتمال عدد پرتاب اول با مجموع اعداد دو پرتاب دیگر برابر است؟

- (۱) $\frac{7}{60}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۳) $\frac{3}{10}$ (۴) $\frac{25}{10}$

۳۲- کیسه‌ای دارای ۴ مهره قرمز و ۳ مهره آبی است. یک تاس را پرتاب کرده و به تعداد عدد روشده، مهره از کیسه خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دقیقاً ۳ مهره قرمز خارج می‌شود؟

- (۱) $\frac{31}{105}$ (۲) $\frac{4}{15}$ (۳) $\frac{7}{9}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۳۳- میانگین و واریانس داده‌های $a+4$ ، $a+3$ ، $c+3$ ، $b+3$ ، $a+2$ به ترتیب ۱۰ و $\frac{64}{9}$ می‌باشد. ضریب تغییرات داده‌های $a-4$ ، $c-3$ ، $b-3$ ، $a-4$ کدام است؟

- (۱) $\frac{2}{10}$ (۲) $\frac{21}{10}$ (۳) $\frac{1}{10}$ (۴) $\frac{2}{10}$

۳۴- از بین جامعه n ، 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 به صورت تصادفی انتخاب شده است. اگر آماره نمونه، میانگین جامعه را دقیقاً درست برآورد کند، احتمال آنکه یک نمونه دوعضوی میانگین را درست برآورد کند چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۳۵- در مربع لاتین زیر، کمترین مقدار $x+y+z$ چقدر است؟

۲		z
y		۲
	x	
۱	۲	

- (۱) ۵
(۲) ۶
(۳) ۷
(۴) ۸

محل انجام محاسبات

۳۶- با ارقام $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ چند عدد سه رقمی مانند \overline{abc} می توان نوشت به طوری که $a \geq b \geq c$ باشد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۱۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۵

۳۷- چند عدد ۷ رقمی با ارقام $1, 1, 2, 2, 2, 3, 4$ می توان ساخت که از 2×10^6 بزرگ تر باشد؟

- (۱) ۴۲۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۳۶۰ (۴) ۲۶۰

۳۸- چند تابع یک به یک از $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ می توان تعریف کرد که فقط در ۳ نقطه

نیمساز ناحیه اول را قطع کند؟

- (۱) ۸۰ (۲) ۶۰ (۳) ۷۰ (۴) ۹۰

۳۹- n افسر و ۸ سرباز در یک ردیف ایستاده اند. اگر مطمئن باشیم که حداقل ۱۱ افسر کنار هم هستند، کمترین تعداد افسرها چقدر است؟

- (۱) ۸۱ (۲) ۸۲ (۳) ۹۱ (۴) ۹۲

۴۰- یک مدرسه ۱۲۳ دانش آموز پایه دوازدهم در سه رشته ریاضی، تجربی و انسانی دارد. هر دانش آموز بین ۴۱ تا ۶۰ تست را جواب داده

است. با اطمینان می توان گفت حداقل n دانش آموز یافت می شود که از یک رشته و تعداد تست یکسانی زده است. بیشترین مقدار n

کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

